

Министерство науки и высшего образования РФ  
ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет»  
Факультет математики, информационных и авиационных технологий

Фролова Ю.Ю.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ  
СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ И  
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА»**

для студентов специальности 23.05.01 «Наземные транспортно-технологические средства» и направлению бакалавриата 27.03.05 «Инноватика», 27.03.02 «Управление качеством», 28.03.20 «Наноинженерия», 20.03.01 «Техносферная безопасность», 21.03.02 «Нефтегазовое дело»

Ульяновск

Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» / составитель: Фролова Ю.Ю. – Ульяновск: УлГУ, 2019.

Настоящие методические указания предназначены в помощь студентам очной формы обучения для студентов специальности 23.05.01 «Наземные транспортно-технологические средства» и направлению бакалавриата 27.03.05 «Инноватика», 27.03.02 «Управление качеством», 28.03.20 «Наноинженерия», 20.03.01 «Техносферная безопасность», 21.03.02 «Нефтегазовое дело» для самостоятельной работы по дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра». В пособии представлена литература по дисциплине, основные темы курса и рекомендации по самостоятельному изучению теоретического и практического материала.

Методические указания будут полезны студентам при подготовке к лекционным и практическим занятиям и экзамену по данной дисциплине.

*Рекомендованы к введению в образовательный процесс Ученым Советом Факультета математики, информационных и авиационных технологий УлГУ (протокол № 2/19 от 19 марта 2019 г.).*

## 1. ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Ильин, Владимир Александрович. Аналитическая геометрия : учебник для вузов по спец. "Прикл. математика" и "Физика" / Ильин Владимир Александрович, Э. Г. Позняк. - 4-е изд., доп. - Москва : Наука, 1988.
2. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии / О. Н. Цубербиллер. - 34-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2009. - 336 с.
3. Самойлов Л.М., Фролова Ю.Ю., Скорая Т.В. Решение задач по аналитической геометрии на плоскости. Учебно-методическое пособие по курсу «Линейная алгебра и аналитическая геометрия». Ульяновск, 2015.
4. Мищенко, С. П. Кривые второго порядка : учеб.-метод. пособие / С. П. Мищенко, Л. М. Самойлов, Ю. Ю. Фролова ; УлГУ, ФМИиАТ. - Ульяновск : УлГУ, 2016.
5. Мищенко С.П., Петроградский В.М. Задачи и алгоритмы алгебры. Часть 1 (учебное пособие для студентов 1-го курса),– Ульяновск, 1992.
6. Ильин, В.А. Линейная алгебра : учебник для физ. спец. и спец. "Приклад. математика" / Ильин Владимир Александрович, Э. Г. Позняк ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 6-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2007.
7. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с.
8. Маркушевич А. И. Краткий курс теории аналитических функций : учеб. пособие для ун-тов / Маркушевич Алексей Иванович. - 4-е изд., испр. и доп. - Москва : Наука, 1978.

## 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

### Тема 1. Векторы и операции над ними

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Ильин, Владимир Александрович. Аналитическая геометрия : учебник для вузов по спец. "Прикл. математика" и "Физика" / Ильин Владимир Александрович, Э. Г. Позняк. - 4-е изд., доп. - Москва : Наука, 1988. С. 41-58 чтение теории.
2. Самойлов Л.М., Фролова Ю.Ю., Скорая Т.В. Решение задач по аналитической геометрии на плоскости. Учебно-методическое пособие по курсу «Линейная алгебра и аналитическая геометрия». Ульяновск, 2015. С 3-10 чтение теории

### Тема 2. Прямые на плоскости на плоскости.

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Ильин, Владимир Александрович. Аналитическая геометрия : учебник для вузов по спец. "Прикл. математика" и "Физика" / Ильин Владимир Александрович, Э. Г. Позняк. - 4-е изд., доп. - Москва : Наука, 1988. С. 110-125 чтение теории.
2. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии / О. Н. Цубербиллер. - 34-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2009. - 336 с. С 51-75 решение задач

3. Самойлов Л.М., Фролова Ю.Ю., Скорая Т.В. Решение задач по аналитической геометрии на плоскости. Учебно-методическое пособие по курсу «Линейная алгебра и аналитическая геометрия». Ульяновск, 2015. С 23-50 чтение теории

**Тема 3.** Векторное и смешанное произведение векторов.

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Ильин, Владимир Александрович. Аналитическая геометрия : учебник для вузов по спец. "Прикл. математика" и "Физика" / Ильин Владимир Александрович, Э. Г. Позняк. - 4-е изд., доп. - Москва : Наука, 1988. С. 63-75 чтение теории.
2. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии / О. Н. Цубербиллер. - 34-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2009. - 336 с. С 24-29 решение задач
3. Самойлов Л.М., Фролова Ю.Ю., Скорая Т.В. Решение задач по аналитической геометрии на плоскости. Учебно-методическое пособие по курсу «Линейная алгебра и аналитическая геометрия». Ульяновск, 2015. С 11-22 чтение теории

**Тема 4.** Кривые второго порядка

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Ильин, Владимир Александрович. Аналитическая геометрия : учебник для вузов по спец. "Прикл. математика" и "Физика" / Ильин Владимир Александрович, Э. Г. Позняк. - 4-е изд., доп. - Москва : Наука, 1988. С. 143-165 чтение теории.
2. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии / О. Н. Цубербиллер. - 34-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2009. - 336 с. С. 75-105 решение задач
3. Мищенко, С. П. Кривые второго порядка : учеб.-метод. пособие / С. П. Мищенко, Л. М. Самойлов, Ю. Ю. Фролова ; УлГУ, ФМИиАТ. - Ульяновск : УлГУ, 2016.

**Тема 5.** Плоскости в пространстве

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Ильин, Владимир Александрович. Аналитическая геометрия : учебник для вузов по спец. "Прикл. математика" и "Физика" / Ильин Владимир Александрович, Э. Г. Позняк. - 4-е изд., доп. - Москва : Наука, 1988. С. 110-133 чтение теории.
1. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии / О. Н. Цубербиллер. - 34-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2009. - 336 с. С. 158-166 решение задач

**Тема 6.** Прямые в пространстве

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Ильин, Владимир Александрович. Аналитическая геометрия : учебник для вузов по спец. "Прикл. математика" и "Физика" / Ильин Владимир

Александрович, Э. Г. Позняк. - 4-е изд., доп. - Москва : Наука, 1988.  
С. 134-142 чтение теории.

2. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии / О. Н. Цубербиллер. - 34-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2009. - 336 с. С. 158-166 решение задач

### **Тема 7. Комплексные числа**

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Мищенко С.П., Петроградский В.М. Задачи и алгоритмы алгебры. Часть 1 (учебное пособие для студентов 1-го курса),– Ульяновск, 1992. С. 18-23 чтение теории, решение задач.
2. Маркушевич А. И. Краткий курс теории аналитических функций : учеб. пособие для ун-тов / Маркушевич Алексей Иванович. - 4-е изд., испр. и доп. - Москва : Наука, 1978. С. 12–17 чтение теории.

### **Тема 8. Матрицы, операции над ними**

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Ильин, Владимир Александрович. Линейная алгебра : учебник для физ. спец. и спец. "Приклад. математика" / Ильин Владимир Александрович, Э. Г. Позняк ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 6-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2007. С. 10-15 чтение теории
2. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С. 135-159 решение задач

### **Тема 9. Системы линейных уравнений**

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Ильин, Владимир Александрович. Линейная алгебра : учебник для физ. спец. и спец. "Приклад. математика" / Ильин Владимир Александрович, Э. Г. Позняк ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 6-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2007. С. 64-81 чтение теории
2. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С. 95-119 решение задач

### **Тема 10. Определение детерминанта, его свойства**

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Ильин, Владимир Александрович. Линейная алгебра : учебник для физ. спец. и спец. "Приклад. математика" / Ильин Владимир Александрович, Э. Г. Позняк ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 6-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2007. С. 16-36 чтение теории

2. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С. 9-10 решение задач

### **Тема 11** Обратная матрица

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Ильин, Владимир Александрович. Линейная алгебра : учебник для физ. спец. и спец. "Приклад. математика" / Ильин Владимир Александрович, Э. Г. Позняк ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 6-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2007. С. 36-37 чтение теории
2. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С. 139-140 решение задач

### **Тема 12.** Конечномерные линейные пространства

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Ильин, Владимир Александрович. Линейная алгебра : учебник для физ. спец. и спец. "Приклад. математика" / Ильин Владимир Александрович, Э. Г. Позняк ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 6-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2007. С. 41-64 чтение теории
2. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Проскуряков Игорь Владимирович. - 6-е изд., стер. - Москва : Наука, 1978. - 384 с. С. 200-220 решение задач
3. Мищенко, Сергей Петрович. Задачи и алгоритмы алгебры : учеб. пособие. Ч. 2 / Мищенко Сергей Петрович, И. Ю. Свиридова. - Ульяновск : УлГУ, 2000. - 106 с. С. 4-20 чтение теории

### **Тема 13.** Ортогональные и симметрические операторы

С темой можно ознакомиться в следующих источниках:

1. Ильин, Владимир Александрович. Линейная алгебра : учебник для физ. спец. и спец. "Приклад. математика" / Ильин Владимир Александрович, Э. Г. Позняк ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 6-е изд., стер. - М. : Физматлит, 2007. С. 107-122 чтение теории
2. Мищенко, Сергей Петрович. Задачи и алгоритмы алгебры : учеб. пособие. Ч. 2 / Мищенко Сергей Петрович, И. Ю. Свиридова. - Ульяновск : УлГУ, 2000. - 106 с. С. 21-38 чтение теории

### **Контрольные вопросы по разделу**

1. Векторы. Линейная зависимость и независимость.
2. Базисы. Координаты вектора относительно базиса.
3. Скалярное произведение и его свойства.

4. Векторное и смешанное произведение и его свойства.
5. Выражение векторного и смешанного произведений в декартовых координатах.
6. Прямая на плоскости.
7. Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности.
8. Плоскость в пространстве.
9. Угол между плоскостями.
10. Расстояние от точки до плоскости.
11. Прямая в пространстве.
12. Угол между прямыми, между прямой и плоскостью.
13. Эллипс.
14. Свойства эллипса
15. Гипербола.
16. Свойства гиперболы.
17. Парабола.
18. Свойства параболы.
19. Директрисы эллипса и гиперболы.
20. Комплексные числа.
21. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
22. Число решений СЛУ. Общее решение.
23. Операции над матрицами, их свойства.
24. Определитель матрицы, его свойства.
25. Разложение определителя по строке(столбцу).
26. Вычисление определителя с использованием элементарных преобразований.
27. Обратная матрица: определение, условие существования, формула для нахождения.
28. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
29. Фундаментальная система решений системы однородных уравнений.
30. Определение векторного пространства. Примеры.
31. Базис векторного пространства. Координаты вектора.
32. Линейный оператор, его матрица.
33. Оператор поворота на плоскости, его матрица.
34. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
35. Билинейные и квадратичные функции и формы.

#### **Задачи для самостоятельной работы по разделу**

1. Даны точки  $A(4, 4)$ ,  $B(-4, -1)$ ,  $C(3, -5)$ . Найдите косинус угла  $ABC$ .
2. Даны точки  $A(4, 4)$ ,  $B(-4, -1)$ ,  $C(3, -5)$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ .
3. Даны точки  $A(4, 4)$ ,  $B(-4, -1)$ . Найдите координаты точки  $K$  на отр.  $AB$ :  $AK:KB = 2:1$ .
4. Даны точки  $A(4, 4)$ ,  $B(-4, -1)$ ,  $C(3, -5)$ . Напишите уравнение прямой  $AB$ .
5. Даны точки  $A(4, 4)$ ,  $B(-4, -1)$ ,  $C(3, -5)$ . Найдите длину высоты, опущенной из  $C$  на  $AB$ .
6. Даны точки  $A(4, 4)$ ,  $B(-4, -1)$ ,  $C(3, -5)$ . Напишите уравнение прямой, проходящей через  $C$  параллельно  $AB$ .
7. Даны точки  $A(4, 4)$ ,  $B(-4, -1)$ ,  $C(3, -5)$ . Напишите уравнение перпендикуляра из  $C$  на прямую  $AB$ .
8. Даны точки  $A(4, 4)$ ,  $B(-4, -1)$ ,  $C(3, -5)$ . Найдите координаты точки пересечения медиан треугольника  $ABC$

9. Даны точки  $A(4, 4)$ ,  $B(-4, -1)$ ,  $C(3, -5)$ . Найдите координаты точки пересечения высот треугольника  $ABC$ .
10. Определить вид кривой на плоскости и изобразить ее  $9x^2+54x+4y^2-8y+49=0$ ;
11. Определить вид кривой на плоскости и изобразить ее  $4x^2+8y+y^2+3=0$ ;
12. Определить вид кривой на плоскости и изобразить ее  $x^2+y^2+10x+2y+26=0$ ;
13. Определить вид кривой на плоскости и изобразить ее  $x^2-8x-y^2+4y+12=0$ ;
14. Определить вид кривой на плоскости и изобразить ее  $25x^2-50x-y^2+4y=4$ ;
15. Определить вид кривой на плоскости и изобразить ее  $x^2-2x+y^2=48$ ;
16. Определить вид кривой на плоскости и изобразить ее  $x^2=2y+2x$ .
17. Даны точки  $A(-1,-2,0)$ ,  $B(0,0,3)$ ,  $C(0,-3,-1)$ ,  $D(2,2,-1)$ . Найдите объем тетраэдра  $ABCD$
18. Даны точки  $A(-1,-2,0)$ ,  $B(0,0,3)$ ,  $C(0,-3,-1)$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ .
19. Даны точки  $A(-1,-2,0)$ ,  $B(0,0,3)$ ,  $C(0,-3,-1)$ ,  $D(2,2,-1)$ . Найдите косинус тупого угла между плоскостями  $ABC$  и  $DBC$ .
20. Даны точки  $A(-1,-2,0)$ ,  $B(0,0,3)$ ,  $C(0,-3,-1)$ ,  $D(2,2,-1)$ . Найдите синус острого угла между плоскостью  $ABC$  и прямой  $DB$ .
21. Даны точки  $A(-1,-2,0)$ ,  $B(0,0,3)$ ,  $C(0,-3,-1)$ . Найдите расстояние от точки  $C$  до прямой  $AB$ .
22. Даны точки  $A(-1,-2,0)$ ,  $B(0,0,3)$ ,  $C(0,-3,-1)$ ,  $D(2,2,-1)$ . Найдите расстояние от точки  $D$  до плоскости  $ABC$ .
23. Даны точки  $A(-1,-2,0)$ ,  $B(0,0,3)$ ,  $C(0,-3,-1)$ ,  $D(2,2,-1)$ . Найдите точку  $K$  на прямой  $AB$  так, чтобы  $DK$  было перпендикулярно  $AB$
24. Даны точки  $A(-1,-2,0)$ ,  $B(0,0,3)$ ,  $C(0,-3,-1)$ ,  $D(2,2,-1)$ . Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .
25. Даны точки  $A(-1,-2,0)$ ,  $B(0,0,3)$ ,  $C(0,-3,-1)$ ,  $D(2,2,-1)$ . Точки  $U$ ,  $V$ ,  $W$  - середины отрезков  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ . Найдите точку пересечения прямой  $UW$  с плоскостью  $AD$ .
26. Найдите общее решение системы линейных уравнений :
- $$\begin{aligned} -12x_1 - 8x_2 - 8x_3 - 2x_4 &= 4 \\ 10x_1 + 6x_2 + 7x_3 + x_4 &= -4 \\ -4x_1 - 2x_2 - 3x_3 &= 2 \\ -2x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 &= 0 \end{aligned}$$
27. Найдите фундаментальную систему
- $$\begin{aligned} 2x_1 - 2x_3 - x_4 + 2x_5 &= 0 \\ 8x_1 - 4x_2 - 10x_3 - 8x_4 + 4x_5 &= 0 \\ -2x_2 - x_3 - 2x_4 - 2x_5 &= 0 \\ 6x_1 - 4x_2 - 8x_3 - 7x_4 + 2x_5 &= 0 \end{aligned}$$
28. Найдите обратную матрицу
- $$\begin{vmatrix} 12 & 3 & 1 \\ -6 & -1 & -1 \\ 6 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$



29. Найти обратную матрицу

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 6 & 2 & -4 \\ 10 & 4 & -9 \end{pmatrix}$$

30. Найти определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 & -2 \\ -2 & 4 & -4 & -3 \\ -8 & 2 & -5 & -3 \\ -8 & 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

31. Найти собственные значения и собственные вектора:

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 & -1 \\ -3 & -7 & 3 \\ 8 & -12 & 3 \end{pmatrix}$$